Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté de Physique
Master Physique des Matériaux
Métallurgie et Physique des Ultrasons
Année universitaire : 2022/2023
PUS 2 Exposé

Diffusion des Ultrasons par un Milieu Faiblement Hétérogène

SAHLI Djouad

Résumé

Dans les milieux hétérogènes et faiblement hétérogènes la masse volumique varie en fonction de la position dans l'espace cela influe sur les vitesses de propagation et les compressibilités du milieu

Mots clés : *Diffusion multiple, Ultrasons, milieu hétérogène, Milieu faiblement hétérogène, non linéaire,*

1. Introduction

La diffusion est le phénomène de réflexion multidirectionnelle de l'énergie ultrasonore dans l'espace, l'énergie ultrasonore est réémise dans toutes les directions de l'espace comme dans la figure suivante

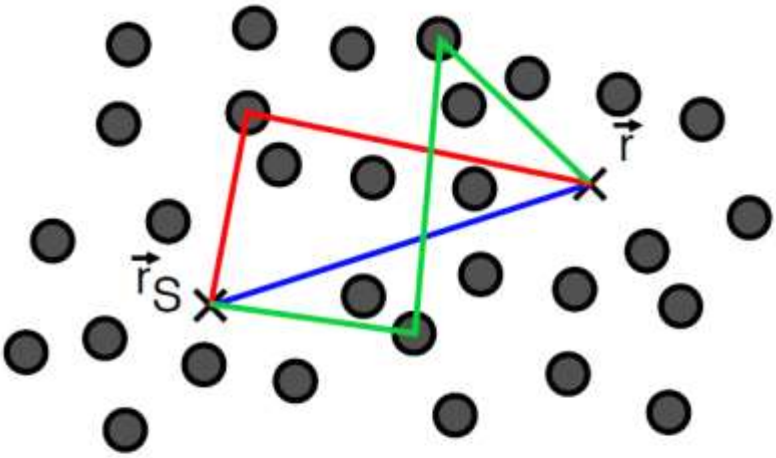

Figure 1.1 – Représentation schématique du chemin direct (bleu) et de contributions de diffusion simple (rouge) et de diffusion double (vert) entre une source $\vec{r}_s$ et un récepteur $\vec{r}$, ponctuels, enfouis au sein d'un milieu hétérogène. Notons que deux chemins qui se croisent n'interagissent pas en régime linéaire, ce qui n'est *a priori* plus le cas en régime non linéaire.

Milieu Homogène régime linéaire

On retrouve une propagation dans les milieux homogènes en régime linéaire et homogène non dissipatif de la forme suivante

Φ (*r, t*) est une fonction qui décrit une quantité physique attachée à l'onde, qui se propage

$$\Delta\Phi - \frac{1}{{c_0}^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0.$$

à la vitesse c_0. Elle dépend de la position *r* et du temps *t*. La fonction **Φ** peut représenter un vecteur tel que la vitesse particulaire ou le déplacement, ou un scalaire, tel que la pression ou le potentiel acoustiques

Les milieux faiblement hétérogènes $\boldsymbol{\rho = \rho_0 + \delta\rho}$ (avec $\rho_0 >> \delta\rho$)
Dans ces milieux, la majorité des méthodes de résolution numérique s'inspire de l'équation "KZ hétérogène" [3, 4], dérivée de l'équation de Lighthill-Westervelt en la rendant paraxiale. L'approximation paraxiale repose sur l'hypothèse d'une source de taille caractéristique bien supérieure à la longueur d'onde moyenne émise. Dans la région où le faisceau reste collimaté le long de l'axe de propagation, l'opérateur Laplacien est alors simplifié dans la direction de propagation.
Cette équation est couramment utilisé en Acoustique Médical
Equation de Lighthill-Westervelt ;

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} - c_0^2(\vec{r})\Delta p_a + \frac{c_0^2(\vec{r})}{\rho_0(\vec{r})}\vec{\nabla}\rho_0(\vec{r}).\vec{\nabla}p_a = \frac{\beta(\vec{r})}{\rho_0(\vec{r})}\frac{\partial^2 p_a^2}{\partial t^2},$$

Le coefficient β non linéaire peut lui aussi varier spatialement
La vitesse de propagation C_0 varie spatialement aussi

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\delta}{c_0^4}\frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = -\frac{\beta}{\rho_0 c_0^4}\frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}$$

où p est la pression acoustique, c_0 la vitesse du son, δ diffusivity du son , β est le coefficient de non linéarité et ρ_0 is the ambient densité.

Dans le domaine des applications médicales, Pinton et coll. [6] proposent une résolution numérique directe de l'équation généralisée de Lighthill-Westervelt. Les cas étudiés portent sur des contrastes faibles (5 % au maximum), où la diffusion multiple est négligeable. La résolution de l'équation à 3 dimensions et la nécessité d'un maillage fin pour prendre en compte les harmoniques, demandent un temps de calcul qui limite en pratique l'utilisation du code à une non linéarité faible (soit quelques harmoniques).

Propagation linéaire en milieu hétérogène non dissipatif
Nous considérons le cas d'un milieu hétérogène, statique et non

dissipatif. Les hétérogénéités proviennent des variations spatiales de la masse volumique$\rho_0(r)$ et de la compressibilité $\chi_0(r)$. Celles-ci entraînent des variations spatiales de la vitesse du son $c(\sim r)$. À l'ordre O (ϱ), les équations d'Euler, de continuité et d'état s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial \vec{v}_a}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla} p_a, \tag{1.6}$$

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \rho_0 \mathrm{div}\vec{v}_a = 0, \tag{1.7}$$

$$p_a = -\frac{1}{\chi_0}\mathrm{div}\vec{u}_a. \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} = -\frac{1}{\chi_0}\mathrm{div}\frac{\partial \vec{v}_a}{\partial t}.$$

Cette équation est réécrite à l'aide de l'équation d'Euler (1.6), pour exprimer la dérivée temporelle de la vitesse particulaire en fonction du gradient de la pression. Il vient :

$$\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} = -\frac{1}{\chi_0}\mathrm{div}\left(-\frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla} p_a\right).$$

En développant le terme de divergence, et en écrivant $c(\vec{r}) = 1/\sqrt{\rho_0(\vec{r})\chi_0(\vec{r})}$, on obtient l'équation de propagation linéaire, en milieu hétérogène, pour la surpression acoustique p_a :

$$\Delta p_a - \frac{1}{c^2(\vec{r})}\frac{\partial^2 p_a}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla}\rho_0.\vec{\nabla} p_a. \tag{1.9}$$

En régime monochromatique, on a $p_a(\vec{r},t) = \Psi(\vec{r})e^{-i\omega t}$, et l'équation d'onde devient l'équation de Helmholtz 'inhomogène' :

$$\Delta\Psi(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2(\vec{r})}\Psi(\vec{r}) = \frac{1}{\rho_0}\vec{\nabla}\rho_0.\vec{\nabla}\Psi(\vec{r}). \tag{1.10}$$

Non-linéarité en acoustique

Les phénomène de non linéarité apparaissent quand les amplitudes sont suffisamment élevée, Il concerne uniquement les amplitudes des ondes acoustiques.

La non linéarité en acoustique n'est pas une simple curiosité intellectuelle, puisqu'elle permet d'expliquer, par exemple, la formation du bang sonique, ou bien de former des images de meilleure qualité en échographie médicale. Dans les applications de thérapie médicale, le besoin de concentrer de fortes énergies en une région nécessite le recours à un modèle de propagation non linéaire. En acoustique sous marine, elle est à l'origine des **sonars à émission paramétrique**, qui engendrent des faisceaux très directifs en regard de leurs fréquences. La plupart de ces applications concerne des milieux quasi-homogènes ou faiblement hétérogènes, où en particulier la diffusion multiple peut être négligée devant la diffusion simple.

Conclusion

Les milieux faiblement hétérogènes sont des milieux observés dans les domaines médicaux (imagerie et thérapie en milieu faiblement hétérogène) ainsi que dans les domaines d'application tels que l'aéro-acoustique –en particulier l'étude du bang sonique leurs études nécessite dans la plupart des cas réels une approche numérique et beaucoup d'approximation au niveau des paramètres de densité et spatiaux.

Références

[1] Alain Leger ,Marc Deschamps. in Non Homogeneous Media Ultrasonic Wave Propagation, Conf. of the Royal Society, 144, (1916)

[2] Nicolas Viard. Contribution expérimentale à l'étude de la diffusion multiple des ultrasons en régimes
de propagation linéaire et non linéaire. Acoustique [physics.class-ph]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2014

[3] E. A. Zabolotskaya et R. V. Khokhlov : Quasi-plane waves in the nonlinear acoustics of confined beams. Soviet physics Acoustics, 15:35–40, 1969.

[3] Myself, It was once revealed to me in a dream (COVID Crisis 2020)

[4] V. P. Kuznetsov : Equations of nonlinear acoustics. Soviet physics Acoustics, 16:
467–470, 1971.

[5] ACOUSTICAL IMAGING TECHNIQUES AND APPLICATIONS FOR ENGINEERS,
Woon Siong Gan Acoustical Technologies Singapore Pte Ltd 2012

[6] G. F. Pinton, J. Dahl, S. Rosenzweig et G. E. Trahey : A heterogeneous
nonlinear attenuating full-wave model of ultrasound. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 56:474–488, 2009.